第 13 講　指数関数

PART1　指数関数のグラフ

要点 ①　指数関数のグラフ

a を 1 でない正の定数とするとき，関数 $y=a^x$ を，a を「　　」とする x の「　　　　　　」という。

指数関数 $y=2^x$ のグラフについて考える。

$x=1,\ 2,\ 3$ のとき　$y=2,\ 4,\ 8$

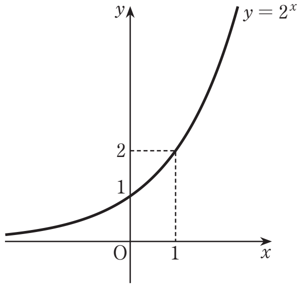
$x=0$ のとき　$y=2^0=$

$x=-1,\ -2,\ -3$ のとき　$y=2^{-1},\ 2^{-2},\ 2^{-3}=$

$x=\dfrac{1}{2}$ のとき　$y=2^{\frac{1}{2}}=$

である。

x が無理数の場合も含め，x に対応する y の値を求め，x，y の値の組 $(x,\ y)$ を座標とする点を座標平面上にとると，右図のような曲線が得られる。



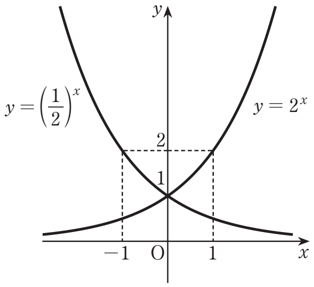
この曲線が，指数関数 $y=2^x$ のグラフである。

次に，指数関数 $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ のグラフについて考える。この式は

$$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{1}{2^x}=2$$

と変形できる。この式は，$y=2^x$ の式の x を $-x$ におき換えたものである。

よって，$y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ のグラフは，$y=2^x$ のグラフと y 軸に関して対称であり，右図のようになる。



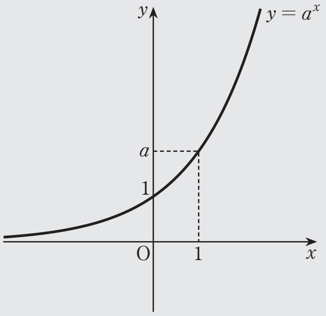
この曲線が，指数関数 $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ のグラフである。

関数 $y=a^x$ のグラフと，関数 $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$ のグラフは，y 軸に関して対称である。

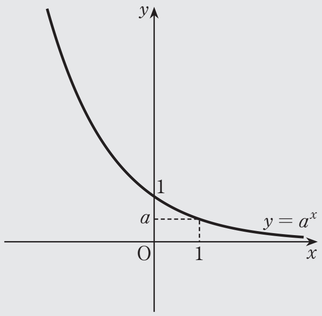
一般に，指数関数 $y = a^x$ のグラフは，以下のようになる。

指数関数のグラフ

$a > 1$ のとき



$0 < a < 1$ のとき



・$a > 1$，$0 < a < 1$ いずれの場合も，x 軸を漸近線としてもち，点 $(0,\ 1)$，$(1,\ a)$ を通る。

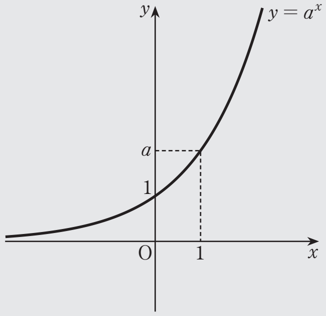
・$a > 1$ のとき右上がりの曲線，$0 < a < 1$ のとき右下がりの曲線である。

1 関数 $y=3^x$ のグラフと関数 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ のグラフを，同じ座標平面上にかけ。

Point Pickup

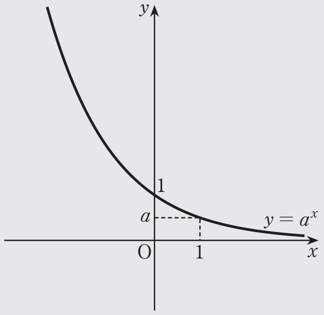
指数関数 $y=a^x$ のグラフ

$a>1$ のとき



右上がりの曲線

$0<a<1$ のとき



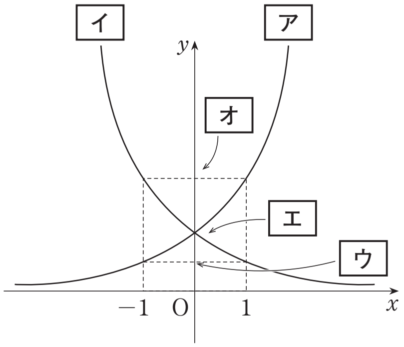
右下がりの曲線

ともに，x 軸を漸近線としてもち，点 $(0,\ 1)$，$(1,\ a)$ を通る。

第 13 講　PART1 確認問題

1　関数 $y=2^x$ と $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフをかく。

［ア］，［イ］は，それぞれ関数 $y=2^x$ と $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ のどちらのグラフか，選べ。また，図中の［ウ］～［オ］に当てはまる数を求めよ。



［［ア］，［イ］の選択肢］

①　$y=2^x$　　②　$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

［［ウ］～［オ］の選択肢］

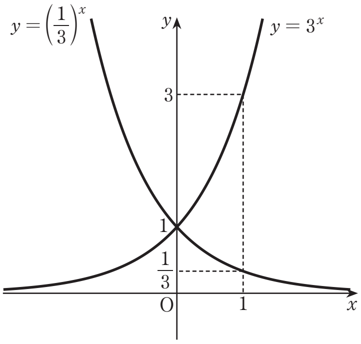
①　1　　②　2　　③　4　　④　$\frac{1}{2}$

第13講　指数関数

PART1 指数関数のグラフ

1　関数 $y=3^x$ のグラフと関数 $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ のグラフを，同じ座標平面上にかけ。

[解答]



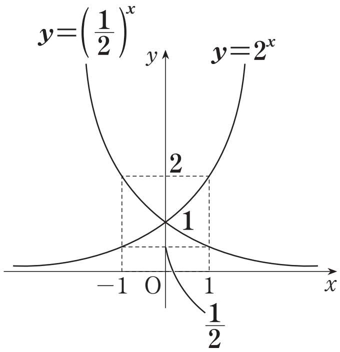
第13講　PART1 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：①，イ：②，ウ：④，エ：①，オ：②

[解説]

右上がりの曲線となるのは，①の $y=2^x$，

右下がりの曲線となるのは，②の $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ である。 [A]



[A]　$y=a^x$ のグラフ
・$a>1$ のとき　右上がりの曲線
・$0<a<1$ のとき　右下がりの曲線
x 軸を漸近線としてもち，点 $(0,\ 1)$，$(1,\ a)$ を通る。

$y=2^x$ のグラフは点 $(0,\ 1)$，$(1,\ 2)$ を，

$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ のグラフは点 $(0,\ 1)$，$\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$ を通る。 [A]